

Medikation

GK-Klausur von 2008 zum Thema e-Funktionen

Nach der Einnahme eines Medikamentes kann man dessen Konzentration im Blut eines Patienten messen. Für die ersten 6 Stunden beschreibt die Funktion f mit der Gleichung $f(t) = 10t \cdot e^{-0,5t}$ die im Blut vorhandene Menge des Medikamentes in Abhängigkeit von der Zeit t . Sie wird in Milligramm pro Liter gemessen. Nach 6 Stunden erfolgt der Abbau näherungsweise linear, wie in der Grafik auf Seite 2 zu sehen ist.



- a) **Berechnen** Sie die maximale Konzentration im Blut und den Zeitpunkt, zu dem sie vorhanden ist. **20 P**
- b) **Bestimmen** Sie den Zeitpunkt, zu dem das Medikament am stärksten abgebaut wird. **10 P**
- c) Der lineare Abbau nach 6 Stunden wird näherungsweise durch die Tangente k am Graphen von f im Punkt $(6|f(6))$ beschrieben. **Bestimmen** Sie die Geradengleichung der Tangente und damit den Zeitpunkt, zu dem das Medikament unter dieser Annahme vollständig abgebaut ist. **15 P**
- d) **Beschreiben** Sie, wie Sie die mittlere Konzentration des Medikamentes bis zum vollständigen Abbau berechnen würden. **Bestimmen** Sie eine grobe Abschätzung dieser mittleren Konzentration, z. B. mithilfe der Grafik in der Anlage. **15 P**
- e) Ein Patient nimmt das Medikament 4 Stunden nach der ersten Einnahme in gleicher Dosierung ein weiteres Mal ein. Nehmen Sie in einem vereinfachenden Modell an, dass sich die Konzentrationen im Blut dieses Patienten addieren und dass der Abbau (und damit auch der Übergang in die lineare Entwicklung) für beide Medikationen unabhängig voneinander erfolgt. **Skizzieren** Sie zur Grafik in der Anlage die Darstellung der Gesamtkonzentration bis zum vollständigen Abbau nach dem eben beschriebenen Modell. **15 P**
- f) Ein Patient muss mit starken Nebenwirkungen rechnen, wenn die Konzentration des Medikamentes im Blut 10 Milligramm pro Liter übersteigt. **Entscheiden** Sie, ob der Patient aus Aufgabenteil e) gefährdet ist. **10 P**
- Um das Medikament in seiner Wirksamkeit zu verbessern, verändert der Hersteller seine Zusammensetzung. Die Konzentration des Medikamentes im Blut wird wieder durch eine Funktion der Form $g(t) = a \cdot t \cdot e^{-b \cdot t}$ mit $a > 0$ und $b > 0$ beschrieben. t ist dabei wiederum die Zeit in Stunden nach der Einnahme und $g(t)$ wird in der Einheit Milligramm pro Liter gemessen.
- g) **Bestimmen** Sie die Konstanten a und b , wenn die Konzentration genau vier Stunden nach der Einnahme ihren größten Wert von 10 Milligramm pro Liter erreichen soll. **15 P**

